QEF'98 付録

How to MTS

目 次

1. はじめに
2. 単位空間におけるマハラノビスの距離とは？
3. 二変量で考える
4. MTSステップ
5. 用語の説明
6. 解析上の問題
7. 参考文献

「付録:How to MTS」について

今年の大会では、「MTS(マハラノビス タグチ システム)」を使った事例研究の発表が、全体の約20%を占めています。 しかしMTSは、行列や逆行列という線形数学を使う関係上内容が難しそうで、食わず嫌いになつている人が多いのではないでしょうか？

このままでは、今回の大会の20%が判らないままで終わってしまいます。

今回、私達実行委員は、この付録を作るため、無理矢理食べてみました。間違いを恐れず、その結果をお伝えしようと言うのが、この付録の趣旨です。行列や逆行列も二変量と比較的食べやすい食材を準備しました。

ただし、この付録の中では、MTSを使う上で非常に重要なステップとなる基準空間と項目の決定について、十分に説明していません。この部分の説明をどうしようかと言う問題が委員会でも議論されましたが、機能性評価の基本機能と同じように、MTSを使う技術者が決定する項目なので、「簡単に説明できるような問題ではない。」「それをこの大会で感じ取ってもらう事が重要である。」という結論に達しました。

この付録を簡単に読んでいただき、MTSの論文発表を聞くときに発表者が基準空間をどのように捕らえたかを意識して聞いていただけると、だんだんに理解できると思います。

また、大会初日には、「MTSミニシンポジウム」が準備されていますので、その席で議論しておくと、2日目午後の壇上発表がより良く理解できると思います。

最後に、この付録が、MTS理解へのきっかけとなることを希望いたします。

1998年6月 第6回品質工学研究発表大会実行委員会

How to MTS

(マハラノビス タグチ システム)

1. はじめに

計測のための物差しを作る上で重要な事は、原点と単位量をいかに決めるかと言う事です。

ＭＴＳは総合計測法であり、マハラノビス空間を使って２次元以上の空間に基準点（原点）と単位量を決める手法です。すなわち多次元的な情報に対し一つの物差しを作る事です。

まず技術者が判定の基準として取り上げる基準群とその測定項目を使い、マハラノビス空間を定義します。すなわち基準点を平均値で、単位量を基準点との差と標準偏差で規定します。

次に２水準系の直交表とＳＮ比を使い、この技術者の選定したデータ集団と測定値から求めた基準点と単位量が有効かを判断します。

またＳＮ比を基に測定項目を選択し、有効な基準点と単位量を決定します。

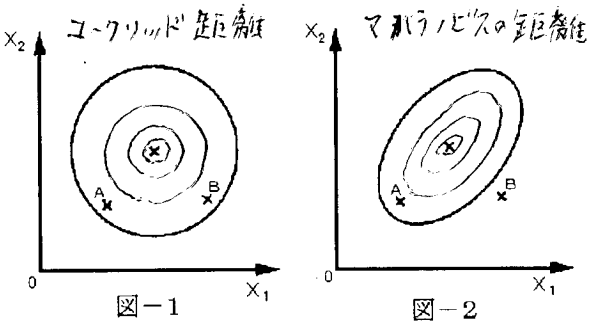
最後に経済性を考えて判定のためのしきい値を求めます。

これら一連の方法を与えているのが、ＭＴＳです。

ＭＴＳでは、基準群のデータを基に基準空間を作成し、基準空間での距離を求めるために、マハラノビスの距離を使います。

2. 単位空間における マハラノビスの距離とは？

マハラノビスの距離は変数間の相関を考慮に入れた距離です。変量がx_1，x_2の２つである時、x_1，x_2に相関がない場合にはその距離は図－１の様に平均値を中心として円状になり、ユークリッド距離を用いることができます。しかし、x_1，x_2に何らかの相関がある場合にはその距離は図－2のようなある傾きを持った楕円状になります。この様な場合にユークリッド距離を用いると、平均からのユークリッド距離が同じ２点Ａ，Ｂに対して、片方の点が距離から外れているにも関わらず距離が同じであるという場合があり、有効であるとは考えられません。そこで、共分散行列の逆行列を用いることにより、相関がある場合も考慮した距離を求めることができます。この様な処理を行った距離をマハラノビスの距離と呼んでいます。基準化したデータの相関行列は、共分散行列と同じになるので、ＭＴＳでは、こちらを使っています。



図－1

図－2

〈基準空間の例〉

3. 二変量で考える

話を簡単にするため、二変量の場合を考えます。計測特性をX_1、X_2とし、基準空間10個の対象を集めた結果が表－1だったとします。

表－1 基準空間のデータ

	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}	X_{i6}	X_{i7}	X_{i8}	X_{i9}	X_{i10}
X_1	3.8	3.6	4	3.6	4	4	3.8	4	4	4
X_2	3	2.6	2.8	3	3	3	3	2.8	3.2	3

X_1、X_2の平均m_1，m_2と標準偏差σ_1，σ_2を求め、式(3.1)により基準空間のデータを基準化します。この時ｉは項目のNo.をｊはデータのNo.を表すものとします。

$$x_{ij} = \frac{X_{ij} - m_i}{\sigma_i} \quad (i = 1,2\ j = 1,2,\cdots\cdots,10) \qquad (3.1)$$

平均値：$m_1 = 3.88$，$m_2 = 2.94$

標準偏差：$\sigma_1 = 0.16$，$\sigma_2 = 0.156205$

計算例

$$x_{11} = \frac{X_{11} - m_1}{\sigma_1} = \frac{3.8 - 3.88}{0.16} = -0.5$$

基準化されたデータ数列は、表－2の様になります。

表－2　基準化されたデータ数列

	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	x_{i4}	x_{i5}
X_1	-0.5	-1.75	0.75	-1.75	0.75
X_2	0.384111	-2.17663	-0.89626	0.384111	0.384111
	x_{i6}	x_{i7}	x_{i8}	x_{i9}	x_{i10}
X_1	0.75	-0.5	0.75	0.75	0.75
X_2	0.384111	0.384111	-0.89626	1.664479	0.384111

次に基準化されたデータ数列の基準点と単位量を求めるため、マハラノビスの距離を求めます。

手順としては、まず基準化されたデータ数列の相関行列を求めます。相関行列をRとするとRは次式(3.2)にて与えられ、行列の要素 r_{ij} は、項目No.iとデータNo.jの相関係数なので(3.3)式にて求められます。この時のnはjの最大値（データ数）となります。

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{21} & 1 \end{pmatrix} \qquad (3.2)$$

$$r_{ij} = \frac{1}{n}(x_{i1}x_{j1} + x_{i2}x_{j2} + \cdots + x_{i10}x_{j10}) \quad (i = 1,2 \quad j = 1,2,\cdots,10) \qquad (3.3)$$

例

$$r_{11} = \frac{1}{10}\{(-0.5)\times(-0.5) + (-1.75)\times(-1.75) + \cdots + 0.75 \times 0.75\} = 1$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{21} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.352101 \\ 0.352101 & 1 \end{pmatrix}$$

次に相関行列Rの逆行列Aを求めます。

逆行列をAとするとAは式(3.4)にて表され、行列の要素は a_{ij} となります。

$$A = R^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{21} & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad (3.4)$$

例

$$A = R^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0.352101 \\ 0.352101 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{1\times1-0.352101\times0.352101} & \frac{-0.352101}{1\times1-0.352101\times0.352101} \\ \frac{-0.352101}{1\times1-0.352101\times0.352101} & \frac{1}{1\times1-0.352101\times0.352101} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1.14152 & -0.40193 \\ -0.40193 & 1.14152 \end{pmatrix}$$

※逆行列は、2次の正方行列の場合簡単に計算できるが、高次の場合難しいので、適当なコンピュータソフトによる計算が必要になります。

ここで、今まで求めた数値を整理し、データベースとします。この時、X_1，X_2 の平均 m_1，m_2，標準偏差 σ_1，σ_2 をベクトルの形に書き換えておきます。

$$\text{平均ベクトル}\ (m_i) = [3.88,\ 2.94] \qquad (X_1,\ X_2)$$

$$\text{標準偏差ベクトル}\ (\sigma_i) = [0.16,\ 0.156]$$

$$A = \begin{pmatrix} 1.14152 & -0.40193 \\ -0.40193 & 1.14152 \end{pmatrix}$$

さて、基準空間からの離れ具合を知りたい任意の点のk項目のデータを X_1，X_2，・・・・・，

X_kとし、このデータを平均ベクトルと標準偏差ベクトルを使い基準化したものを x_1，x_2，・・・・・，x_kとしたとき、このデータとデータベースである平均ベクトル m_i、標準偏差ベクトルσ_i、行列a_{ij}から以下の式(3.5)により求める統計量D^2をマハラノビスの距離とか基準化分散D^2といいます。D^2は、基準空間のｎ組のデータに対してD^2をｎ個求めればその平均は1になるように定義されています。考案者のマハラノビスは、基準空間におけるD^2の分布は、近似的に、分子の自由度ｋ、分母の自由度∞のＦ分布をするとしました。

項目の数が十分に大きいときには、その仮定は妥当ですが、そのような分布が大切なのではなく、基準空間からの離れている程度を計測し、多次元空間の測度を導入するのがＭＴＳです。最終的には、測定の誤差の評価ＳＮ比を用いて、測定の正しさを評価しますので、この段階では、基準空間としてのマハラノビス空間は、多次元空間の原点と単位量を与える手段と考えてください。

ここで、基準空間のデータ 表－1 を使いマハラノビスの距離を求めてみます。測定項目がｋの場合、マハラノビスの距離を求める一般式は、

$$D^2 = \frac{1}{k}\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} a_{ij}\, x_i\, x_j \qquad (3.5)$$

＊ｋ＝項目数＝ｉの最大値

となります。基準化していない任意のｋ項目のデータX_1，X_2，・・・，X_kを直接扱う式は、

$$D^2 = \frac{1}{k}\sum_{ij} a_{ij} \times \frac{(X_i - m_i)}{\sigma_i} \times \frac{(X_j - m_j)}{\sigma_j} \qquad (3.6)$$

＊ｋ＝項目数＝ｉの最大値

となります。

２変量の場合は、

$$D^2 = \frac{1}{k}\sum_{ij} a_{ij} \times \frac{(X_i - m_i)}{\sigma_i} \times \frac{(X_j - m_j)}{\sigma_j}$$

$$= \frac{1}{k} \times \left\{ a_{11} \times \frac{(X_1 - m_1)}{\sigma_1} \times \frac{(X_1 - m_1)}{\sigma_1} + a_{12} \times \frac{(X_1 - m_1)}{\sigma_1} \times \frac{(X_2 - m_2)}{\sigma_2} + a_{21} \times \frac{(X_2 - m_2)}{\sigma_2} \times \frac{(X_1 - m_1)}{\sigma_1} + a_{22} \times \frac{(X_2 - m_2)}{\sigma_2} \times \frac{(X_2 - m_2)}{\sigma_2} \right\}$$

となります。

例として、X i1 のデータ数列を計算します。

$$D^2 = \frac{1}{2} \times \left\{ 1.14152 \times \frac{(3.8 - 3.88)}{0.16} \times \frac{(3.8 - 3.88)}{0.16} + (-0.40193) \times \frac{(3.8 - 3.88)}{0.16} \times \frac{(3 - 2.94)}{0.156205} + (-0.40193) \times \frac{(3 - 2.94)}{0.156205} \times \frac{(3.8 - 3.88)}{0.16} + 1.14152 \times \frac{(3 - 2.94)}{0.156205} \times \frac{(3 - 2.94)}{0.156205} \right\}$$

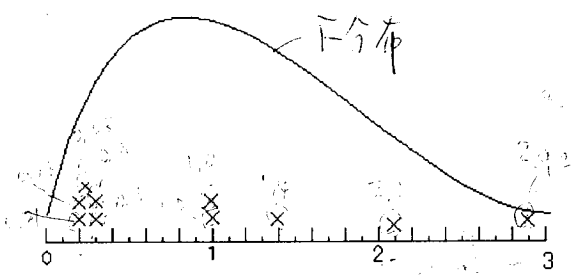
$D^2 = 0.304094$

これを基準空間のデータ表－1 全てについて求めると表－3 のようになります。

表－3　基準空間のマハラノビスの距離D^2

X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}
0.304094	2.921053	1.049708	2.102339	0.289474
X_{i6}	X_{i7}	X_{i8}	X_{i9}	X_{i10}
0.289474	0.304094	1.049708	1.400585	0.289474

表－3 をグラフ化すると



図－3

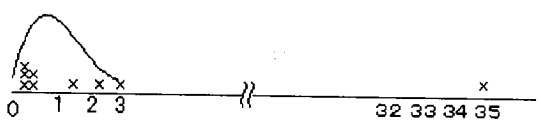
図－3の様になります。これで2変量の空間の基準点と単位量を仮定したことになります。

例えば、あるデータ、$(X_1, X_2) = (5.0, 4.0)$が基準空間よりどれ位離れているか知りたい時には、マハラノビスの距離を計算してみると分かります。

$$D^2 = \frac{1}{2}\times\left\{1.14152\times\frac{(5-3.88)}{0.16}\times\frac{(5-3.88)}{0.16}\right.$$
$$+(-0.40193)\times\frac{(5-3.88)}{0.16}\times\frac{(4-2.94)}{0.156205}$$
$$+(-0.40193)\times\frac{(4-2.94)}{0.156205}\times\frac{(5-3.88)}{0.16}$$
$$\left.+1.14152\times\frac{(4-2.94)}{0.156205}\times\frac{(4-2.94)}{0.156205}\right\}$$

$$D^2 = 35.1579$$

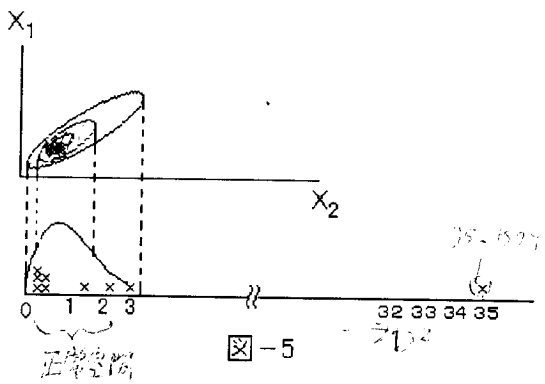
となり、グラフでは、図－4の様になります。



図－4

この様にマハラノビスの距離を使うことにより、多次元のデータを一つの距離で表すことができます。

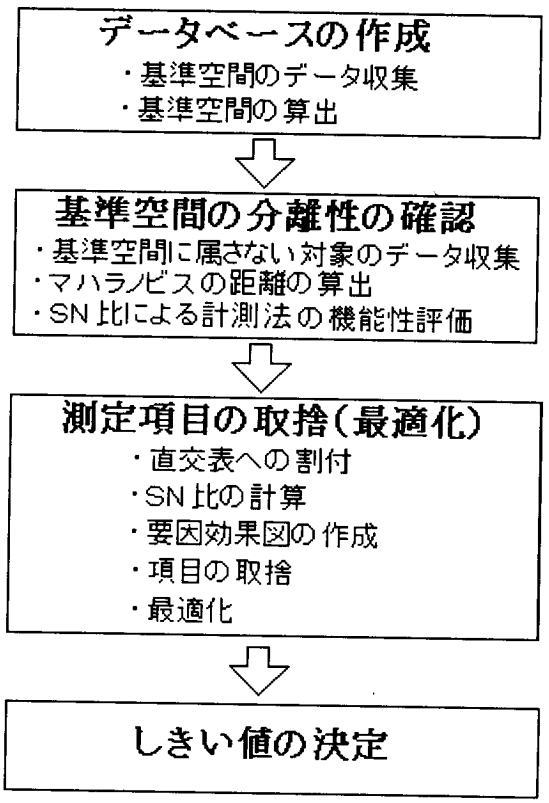
これを2変量のグラフと対応させると図－5のようになります。



図－5

4. ＭＴＳステップ

それではいよいよＭＴＳの手順を説明します。まず、ＭＴＳの基本的なステップを図－6に示します。次にステップの各項目について解説していきます。



図－6

4.1 データベースの作成

(1) 基準空間のデータ収集

まず始めに基準空間を決め、その計測特性をX_1、X_2・・・X_kとします。基準空間の中のｎ個の対象に対して、それぞれｋ個の測定項目のデータを集めます。このデータが基準空間のデータになります。ｎ個の対象に対してｋ項目のデータを求めた結果は次の様になります。

項目1	X_{11}	X_{12}	・・・・	X_{1n}
項目2	X_{21}	X_{22}	・・・・	X_{2n}
：			：	
：			：	
項目k	X_{k1}	X_{k2}	・・・・	X_{kn}

この時ｋ＜ｎでなくては、逆行列が求められません。具体的にｋは3未満ではマハラノビスの距離を求める意味が無く、多すぎるとコンピュータを使っても計算に時間がかかりますから、ｋは数十から数百程度が現実的で、ｎはｋの3倍程度あると理想的です。しかし、ｋの数

もｎの数も技術者が責任を持って決めることで、これらの決定が良かったかどうかは、「ＳＮ比による計測法の機能性評価」のところで明確になります。

(2) 基準空間の算出

(データベースの作成)

マハラノビス空間のデータベースの作り方は次のように行います。

手順(1) 測定項目 $X_1,X_2,\cdots,X_k$ の平均 $m_1,m_2,\cdots,m_k$ と標準偏差 $\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_k$ を求め、式(4.1)により基準化します。

$$x_{ij} = \frac{X_{ij} - m_i}{\sigma_i} \quad (i = 1,2\cdots k,\ j = 1,2,\cdots,n) \tag{4.1}$$

その結果データ数列は

$$\begin{matrix} x_{11}\ x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21}\ x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{k1}\ x_{k2} & \cdots & x_{kn} \end{matrix}$$

となります。

手順(2) 次に相関行列を求めます。相関行列をＲとするとＲは次式(4.2)にて与えられ、行列の要素 r_{ij} は、項目ｉと項目ｊの相関係数なので、(4.3)式によって求めます。

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

$$r_{ij} = \frac{1}{n}(x_{i1}x_{j1} + x_{i2}x_{j2} + \cdots + x_{in}x_{jn}) \quad (ij = 1,2,\cdots,k) \tag{4.3}$$

手順(3) 相関行列Ｒの逆行列Ａを求めます。

$$A = R^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

手順(4) 手順(1),手順(3)で求めたデータベースをベクトルと行列の形で記録します。

平均ベクトル ＝$(m_1,m_2,\cdots,m_k)$ (4.5)

標準偏差ベクトル＝$(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_k)$ (4.6)

逆行列

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

4.2 基準空間の機能性の確認

(1) 基準空間に属さない対象のデータ収集

4.1 項で技術者が選んだ基準空間が有効であるかどうかを確認するため、4.1 項で使った計測特性ｋ項目について、今度は基準空間に属さない対象のデータをｄ組求めます。この基準空間に属さない対象のデータｄ組を表－４のように信号M_1，M_2，…，M_dと表します。

表－4

信号	M_1	M_2	・・・・	M_d
項目1	X_{11}	X_{12}	・・・・	X_{1d}
項目2	X_{21}	X_{22}	・・・・	X_{2d}
：	：	：	：	：
：	：	：	：	：
項目k	X_{k1}	X_{k2}	・・・・	X_{kd}

(2) マハラノビス距離の算出

次に、M_1，M_2，…，M_dそれぞれに対するマハラノビスの距離を計算します。

$$D^2 = \frac{1}{k}\sum_{ij}^{k} a_{ij} \times \frac{(X_{ij}-m_i)}{\sigma_i} \times \frac{(X_{jh}-m_j)}{\sigma_j} \quad (4.8)$$

(3) ＳＮ比による計測法の機能性評価

求めたマハラノビスの距離の計測の機能性を評価するため、表－5の様にマハラノビスの距離D^2とその平方根Ｄを求めます。

表－5

信号因子の水準	M_1 M_2 ・・・ M_d
マハラノビスの距離 D^2	D_1^2 D_2^2 ・・・ D_d^2
マハラノビスの距離 D^2の平方根	D_1 D_2 ・・・ D_d

信号因子の水準が不明の場合は、(3)-1 の方法で、水準が判っている場合には(3)-2 の方法で、 ＳＮ比を計算します。

(3)-1 信号因子の水準が不明の場合

信号因子は不明だが、基準空間から離れていることが明白な場合は、式(4.9)のＳＮ比ηを用います。これは望大特性のＳＮ比です。

$$\eta = -10\log\frac{1}{d}\left(\frac{1}{D_1^2}+\frac{1}{D_2^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{D_d^2}\right) \quad (4.9)$$

＊ 信号の水準が不明の場合のＳＮ比については、式(4.9)以外にも色々な計算方法が考えられます。

(3)-2 信号の水準が分かっている場合

対象が基準空間に属さない場合で，その真値が計量値で分かる方法がある場合（別な計測法により真値が判る場合、又は地震発生や天気予報など時間の経過により真値が判る場合）にはそれを信号の水準値Ｍとします。従って、表－5のデータから次のようにＳＮ比η，感度Ｓと関係式を求めます。

まず線形式Ｌを次式で求めます。

$$L = M_1D_1 + M_2D_2 + \cdots + M_dD_d \quad (4.10)$$

したがって関係式は

$$r = M_1^2 + M_2^2 + \cdots + M_d^2 \quad (4.11)$$

として

$$D = \beta M \quad (4.12)$$

$$\beta = L/r \quad (4.13)$$

で求めます。上の式の平均２乗誤差σ^2は次のようにして求めます。

全２乗和 $S_T = D_1^2 + D_2^2 + \cdots + D_d^2$ (4.14)

比例項の変動 $S_\beta = L^2/r$ (4.15)

σ^2の推定値 $\sigma^2 = \frac{1}{(d-1)}(S_T - S_\beta)$ (4.16)

$$\eta = 10\log\frac{\frac{1}{r}(S_\beta - V_e)}{V_e} \quad (4.17)$$

$$S = 10\log\frac{1}{r}(S_\beta - V_e) \quad (4.18)$$

$$V_e = \sigma^2 \quad (4.19)$$

(4) 計測法の機能性評価

次に求めたＳＮ比の大きさと、基準空間に使用した項目数ｋ及びそのデータ数ｎと基準空間に属さないデータの程度を考慮し、基準空間からの分離性を判断できるかどうか確認します。

判断基準は、いろいろなケースが考えられるため、一概に何 db 以上と言うわけにはいかないのですが、そのヒントとしては、

望大特性のＳＮ比＝－１０ log$(1/\sigma^2)$

動特性のＳＮ比＝１０ log(β^2/σ^2)

であり、D^2は、基準空間のｎ組のデータに対してD^2をｎ個求めればその平均は１になるように定義されていることや、基準空間におけるD^2の分布は、近似的に、分子の自由

度k、分母の自由度∞のF分布をするとしていることから推測できると思います。

この判断は、技術者が責任を持って確認する事です。

4.3 項目の取捨（最適化）

(1) 直交表への割付

表－6 のように直交表の因子に項目$X_1,X_2,\cdots,X_k$の使用の有無を割り付けます。

(2) ＳＮ比の算出

直交表に従い、使用する項目$X_1,X_2,\cdots,X_k$の組み合わせを選定し、その組み合わせ毎にM_1，M_2，…・M_dに対するマハラノビスの距離を計算します。

そして求めたマハラノビスの距離から 4.2 項(3)と同様にＳＮ比を計算します。

表－6

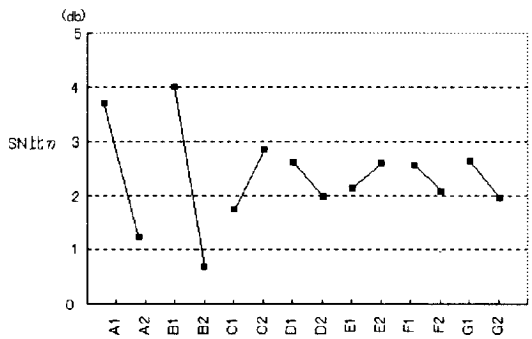
No. \ 因子	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	M_1 M_2 …M_d	SN比
1	1	1	1	1	1	1	1		
2	1	1	1	2	2	2	2		
3	1	2	2	1	1	2	2		
4	1	2	2	2	2	1	1		
5	2	1	2	1	2	1	2		
6	2	1	2	2	1	2	1		
7	2	2	1	1	2	2	1		
8	2	2	1	2	1	1	2		

第一水準:項目データを使用する。
第二水準:項目データを使用しない。

※ 水準を逆に割り付けると、No.1 が全ての項目を使用しない事になりますので、マハラノビスの距離を計算できません。効果のある要因効果図が右下がりになる不便さがありますが、特別な場合を除いてこの様に割り付けた方が無難です。

(3) 要因効果図の作成

項目の選択 4.3(2)項で求めたＳＮ比より要因効果図を作成します。



図－7 要因効果図

(4) 項目の取捨

直交表の割付で、第一水準に項目を使用する、第二水準に項目を使用しないを割り付けた場合の要因効果図では、右上がりの項目は、項目を選択するとかえって良くないということになるので、この項目と効果が有意でない項目を削除するか検討します。

(5) 最適化

最終的にマハラノビスの距離を計算する項目を決定します。

4.4 しきい値Δ、Δ_0の決定

項目が決まったら、通常２つのしきい値ΔとΔ_0を求めます。そして、マハラノビスの距離D(D^2の平方根)が

D≦Δなら正常と判断

Δ＜D≦Δ_0なら要注意

D＞Δなら処置をする

といった判断にしきい値を使います。

このしきい値Δ、Δ_0は経済計算によって求めます。Δ_0は機能限界と呼ばれているもので、特定な処理をする限界でその処理コストを A_0としたとき、A_0と処置しなかったときの損失$L(\Delta_0)$が等しい点です。Δは基準群に属する対象に対して注意を与えたときの損失 $L(\Delta_0)$が等しい値です。具体的には、ケース毎にしか求めることができません。

以上がＭＴＳの一番基本となるステップです。このほかにも、直交表の使い方で因子を固定したり、欠測値の処理方法、カテゴリーデータの扱い方などの応用方法も研究されていますが、今回は省略します。

5. 用語の説明

5.1 基準空間

基準空間はホモジニアス（均一）であることが望ましいが、基本的には技術者が決めることです。

例えば、計量研究所の鴨下氏と電気通信大学で行われた「ー火災報知システムの場合ー」では、「火災でない状態」を基準空間とし、温度センサーと煙センサーの基準空間を求めるため、環境の異なる３部屋を使い、窓を開閉したり、蚊取りを焚いたり、たばこを吸ったり、コンロを使ったりし、火災以外でセンサーが受ける条件を再現し、この時のデータから基準空間を作っています。

健康診断システムであれば健康な人のデータで作る空間、検査システムであれば最終検査時不良発見されない製品のデータ集団で作る空間、クレジットカードでは支払いをしてくれた人で作る空間、刑務所の場合は出所後再犯を犯さなかった人で作る空間などです。これは、専門技術者が責任を持って選定する項目で、この項目を選定する事がＭＴＳでは一番重要と考えます。

5.2 原点と単位量

基準空間からの距離（乖離度）を定義する場合、基準点（ゼロ点）と単位量（目盛）が必要で、ＭＴＳでは、基準点を計測値の平均ベクトル値とし、単位量を基準空間に属する対象のマハラノビス距離の平均が１になるように定義しています。

6. 解析上の問題

6.1 多重共線性の問題

互いに相関の高い項目をデータとしてあつかった場合、逆行列を求められない多重共線性の問題が起こります。これは、多重相関の高い時系列のデータを用いたり、他の項目から計算して出てくる項目を用いたりする場合に起こる現象です。この問題の発生を防止するには、相関行列を求めた段階で、自己相関係数（相関行列の対角成分）以外に１に近い数値が無いか確認し、逆行列を求める前にそのような項目を取捨することです。

7. 参考文献

1)田口玄一：品質工学の数理 10.機能性と診断のための総合計測，品質工学，Vol.5 No.5,p11-16(1997)

2)田口玄一：品質工学の数理 マハラノビス空間におけるシュミットによる直交展開，品質工学，Vol.5 No.6,p11-15(1997)

3)鴨下隆志 他共著： 開発と研究 マハラノビスの距離による多次元情報システムの最適化 ―火災報知システムの場合ー，品質工学，Vol.4No.3,p54-68(1996)

4)田口玄一 刊行委員長 ：第25章 医学部門への応用，品質工学応用講座 技術開発のための品質工学（日本規格協会）ｐ353ー367(1994)

5)田口玄一：論壇 「ビジネスプロセス・イノベーションパターン認識の研究方法，経営システム」（（社）日本経営工学会)Vol6,No.4,p298-302(1996)

6)田口玄一・矢野宏 監修：ＭＴＳ ｆｏｒ Ｗｉｎｄｏｗｓ解析ソフト＆取扱説明書（（株）オーケン）(1998)